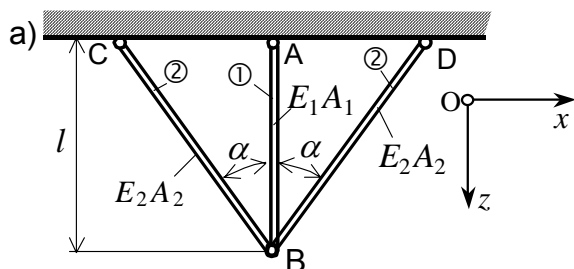


5. Primjer: Toplinska naprezanja u statički neodređenoj štapnoj konstrukciji

(Zadatak 5. primjer F) na str. 10 u "Vježbenica ispitnih zadataka" riješen je numerički primjenom na PC modula "Staptopl.exe" paketa programa "CVRSTOCA").

U štapnoj konstrukciji prema slici a) štap ① izrađen je od čelika, a štapovi ② od mjedi te su zglobno vezani za zidove i zajedno u zglobu B, bez početnih naprezanja. Treba odrediti normalna naprezanja u poprečnim presjecima štapova ① i ② i pomak zgloba B konstrukcije, ako se temperatura povisi za $\Delta T = 50\text{ }^\circ\text{C}$.



Zadano:

$$l = 140\text{ cm}, \alpha = 35^\circ, A_1 = 4\text{ cm}^2, A_2 = 3\text{ cm}^2$$

$$\text{za čelik: } E_1 = 200\text{ GPa}, \alpha_{1T} = 12 \times 10^{-6}\text{ K}^{-1},$$

$$\sigma_{1\text{dop}} = 130\text{ MPa},$$

$$\text{za mjed: } E_2 = 115\text{ GPa}, \alpha_{2T} = 17 \times 10^{-6}\text{ K}^{-1},$$

$$\sigma_{2\text{dop}} = 95\text{ MPa}.$$

Rješenje:

Sile u zglobu B štapne konstrukcije prikazane su na slici b).

Statička neodređenost konstrukcije jest: $n = k - s = 2 - 1 = 1$.

Duljine štapova ① i ② konstrukcije, slika a), su:

$$l_1 = l = 140\text{ cm}, \quad l_2 = \frac{l}{\cos \alpha} = \frac{140}{0,81915} = 179,91\text{ cm}.$$

Jednadžba ravnoteže za zglob B, slika b):

$$1. \sum F_z = -N_1 + 2N_2 \cdot \cos \alpha = 0, \quad (1)$$

2. Uvjet deformacija iz plana pomaka zgloba B konstrukcije jest, slika c):

$$\delta_B = \Delta l_1 = \frac{|\Delta l_2|}{\cos \alpha}, \quad (2)$$

gdje su apsolutne ukupne deformacije štapova, slika c):

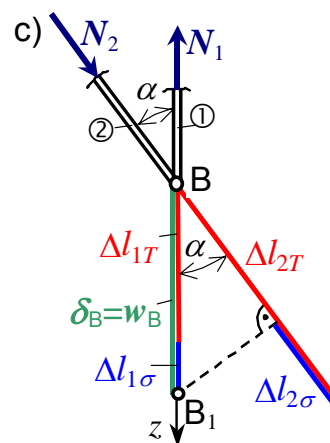
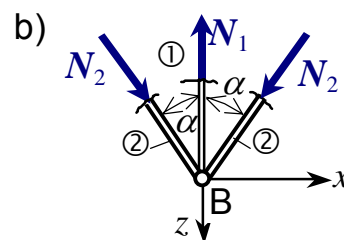
$$\Delta l_1 = \Delta l_{1\sigma} + \Delta l_{1T}, \quad |\Delta l_2| = \Delta l_{2T} - |\Delta l_{2\sigma}|,$$

a) deformacije štapova uslijed promjene temperature su:

$$\Delta l_{1T} = \alpha_{1T} \cdot l_1 \cdot \Delta T, \quad \Delta l_{2T} = \alpha_{2T} \cdot l_2 \cdot \Delta T,$$

b) deformacije štapova ① i ② uslijed uzdužnih sila su:

$$\Delta l_{1\sigma} = \frac{N_1 l_1}{E_1 A_1}, \quad \Delta l_{2\sigma} = \frac{N_2 l_2}{E_2 A_2}.$$



Rješavanjem sustava 1. i 2. jednadžbe uvrštenjem zadanih vrijednosti zadatka, iznosi uzdužnih sila u štapovima ① i ② su:

$$|N_2| = 0,6104N_1; \quad \Rightarrow \quad N_1 = 17,155\text{ kN (+)}, \quad |N_2| = 10,471\text{ kN (-)}.$$

Normalna naprezanja u poprečnim presjecima štapova ① i ② su:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{17,155}{4} \cdot 10 = 42,887\text{ MPa} < \sigma_{1\text{dop}},$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{-10,471}{3} \cdot 10 = -34,903 \text{ MPa} < \sigma_{2\text{dop}} .$$

Prema tome je čvrstoća svih štapova konstrukcije zadovoljavajuća.

Promjene duljine štapova ① i ② su:

a) uslijed uzdužnih sila:

$$\Delta l_{1\sigma} = \frac{N_1 \cdot l_1}{E_1 A_1} = \frac{17,155 \cdot 140}{2 \cdot 10^4 \cdot 4} \cdot 10 = 0,30 \text{ mm} ,$$

$$\Delta l_{2\sigma} = \frac{N_2 \cdot l_2}{E_2 A_2} = \frac{-10,471 \cdot 170,91}{1,15 \cdot 10^4 \cdot 3} \cdot 10 = -0,519 \text{ mm} ,$$

b) uslijed promjene temperature:

$$\Delta l_{1T} = \alpha_{1T} \cdot l_1 \cdot \Delta T = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 1400 \cdot 50 = 0,84 \text{ mm} ,$$

$$\Delta l_{2T} = \alpha_{2T} \cdot l_2 \cdot \Delta T = 17 \cdot 10^{-6} \cdot 1709,1 \cdot 50 = 1,453 \text{ mm} ,$$

c) ukupne su promjene duljine štapova ① i ② konstrukcije, slika c):

$$\Delta l_1 = \Delta l_{1T} + \Delta l_{1\sigma} = 0,84 + 0,30 = 1,140 \text{ mm} ,$$

$$\Delta l_2 = \Delta l_{2T} + \Delta l_{2\sigma} = 1,453 - 0,519 = 0,934 \text{ mm} .$$

Pomak zgloba B štapne konstrukcije u $(0xz)$ - koordinatnom sustavu, slika c), jest:

$$\delta_B = w_B = \Delta l_1 = 1,14 \text{ mm} .$$