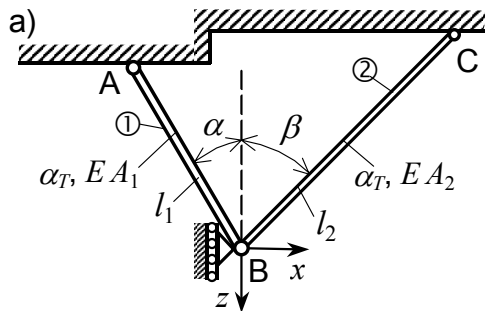


4.b) Primjer: Toplinska naprežanja u statički neodređenoj štapnoj konstrukciji

(Zadatak 5. primjer E) na str. 10 u "Vježbenica ispitnih zadataka" riješen je numerički primjenom na PC modula "Staptopl.exe" paketa programa "CVRSTOCA", uz $\gamma = 90^\circ$).

U štapnoj konstrukciji prema slici a) štapovi ① i ② izrađeni su od čelika te su zglobno vezani za zid u A i C i za pomičan oslonac u B, bez početnih naprežanja. Treba odrediti normalna naprežanja u poprečnim presjecima štapova i pomak oslonca B konstrukcije, ako se temperatura štapova povisi za $\Delta T = 60^\circ\text{C}$.



Zadano:

$$l_1 = 1,2 \text{ m}, \quad l_2 = 1,6 \text{ m}, \quad \alpha = 30^\circ, \quad \beta = 45^\circ, \quad A_1 = 6 \text{ cm}^2, \\ A_2 = 4 \text{ cm}^2, \quad E = 210 \text{ GPa}, \quad \alpha_T = 12,5 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}, \\ \sigma_{\text{dop}} = 120 \text{ MPa}.$$

Rješenje:

Sile u čvoru B konstrukcije prikazane su na slici b).

Statička neodređenost konstrukcije jest: $n = k - s = 3 - 2 = 1$.

Jednadžbe ravnoteže za čvor B su:

$$1. \quad \sum F_x = -N_1 \cdot \sin \alpha - N_2 \cdot \sin \beta + F_B = 0,$$

$$2. \quad \sum F_z = -N_1 \cdot \cos \alpha + N_2 \cdot \cos \beta = 0,$$

3. Uvjet deformacija iz plana pomaka čvora B konstrukcije, slika b), jest:

$$\delta_B = \frac{|\Delta l_1|}{\cos \alpha} = \frac{|\Delta l_2|}{\cos \beta},$$

gdje su apsolutne ukupne deformacije štapova ① i ②, slika b):

$$|\Delta l_1| = \Delta l_{1T} + \Delta l_{1\sigma}, \quad |\Delta l_2| = \Delta l_{2T} - |\Delta l_{2\sigma}|,$$

a) deformacije štapova ① i ② uslijed promjene temperature su:

$$\Delta l_{1T} = \alpha_T \cdot l_1 \cdot \Delta T, \quad \Delta l_{2T} = \alpha_T \cdot l_2 \cdot \Delta T,$$

b) deformacije štapova ① i ② uslijed uzdužnih sila su:

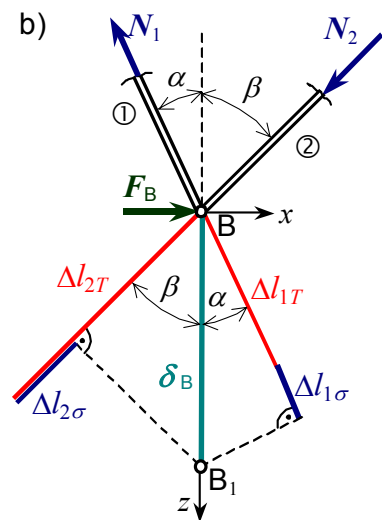
$$\Delta l_{1\sigma} = \frac{N_1 l_1}{E A_1}, \quad \Delta l_{2\sigma} = \frac{N_2 l_2}{E A_2}.$$

Rješavanjem sustava 2. i 3. jednadžbe te uvrštenjem zadanih vrijednosti zadatka, iznosi sila u štapovima ① i ② su:

$$|N_2| = 1,224745 N_1; \quad \Rightarrow \quad N_1 = 14,954 \text{ kN (+)}, \quad N_2 = 18,315 \text{ kN (-)}.$$

Iznos reakcije veza u osloncu B konstrukcije iz 1. jednadžbe, slika b), jest:

$$F_B = F_{Bx} = 20,428 \text{ kN}.$$



Naprezanja u poprečnim presjecima štapova ① i ② su:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{14,954}{6} \cdot 10 = 24,924 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}},$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{-18,315}{4} \cdot 10 = -45,789 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}}.$$

Prema tome je čvrstoća svih štapova konstrukcije zadovoljavajuća.

Promjene duljine štapova ① i ② konstrukcije su, slika b):

a) uslijed uzdužnih sila:

$$\Delta l_{1\sigma} = \frac{N_1 \cdot l_1}{EA_1} = \frac{14,954 \cdot 120}{2,1 \cdot 10^4 \cdot 6} \cdot 10 = 0,142 \text{ mm},$$

$$\Delta l_{2\sigma} = \frac{N_2 \cdot l_2}{EA_2} = \frac{-18,315 \cdot 160}{2,1 \cdot 10^4 \cdot 4} \cdot 10 = -0,349 \text{ mm},$$

b) uslijed promjene temperature:

$$\Delta l_{1T} = \alpha_T \cdot l_1 \cdot \Delta T = 12,5 \cdot 10^{-6} \cdot 1200 \cdot 60 = 0,900 \text{ mm},$$

$$\Delta l_{2T} = \alpha_T \cdot l_2 \cdot \Delta T = 12,5 \cdot 10^{-6} \cdot 1600 \cdot 60 = 1,200 \text{ mm},$$

c) ukupne su promjene duljine štapova ① i ② konstrukcije:

$$\Delta l_1 = \Delta l_{1T} + \Delta l_{1\sigma} = 0,900 + 0,142 = 1,042 \text{ mm},$$

$$\Delta l_2 = \Delta l_{2T} + \Delta l_{2\sigma} = 1,200 - 0,349 = 0,851 \text{ mm}.$$

Pomak čvora B (oslonca) konstrukcije u $(0xz)$ - koordinatnom sustavu, slika b), jest:

$$\delta_B = w_B = \frac{\Delta l_1}{\cos \alpha} = \frac{1,042}{0,866} = 1,204 \text{ mm}.$$