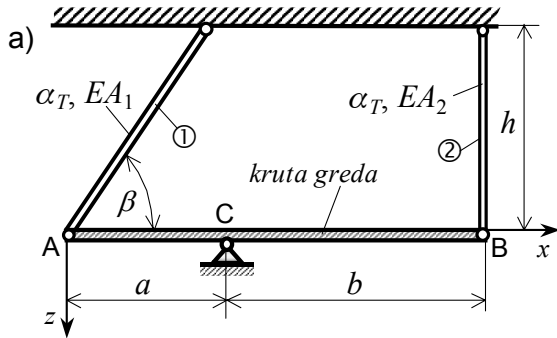


3. Primjer: Toplinska naprežanja u statički neodređenoj štapnoj konstrukciji

(Zadatak 5. primjer D) na str. 10 u "Vježbenica ispitnih zadataka" riješen je numerički primjenom na PC modula "Staptopl.exe" paketa programa "CVRSTOCA").

U štapnoj konstrukciji prema slici a) štapovi ① i ② izrađeni su od čelika i vezani su s krutom gredom ABC bez zaostalih naprežanja.



Treba provjeriti čvrstoću štapova ① i ②, ako se temperatura konstrukcije povisi za $\Delta T = 40 \text{ }^\circ\text{C}$. Koliki su pomaci krajeva A i B krute grede?

Zadano: $\alpha_T = 12,5 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, $E = 210 \text{ GPa}$,

$$\sigma_{\text{dop}} = 120 \text{ MPa}, \beta = 60^\circ, A_1 = 8 \text{ cm}^2,$$

$$A_2 = 4 \text{ cm}^2, h = 1,2 \text{ m}, a = 0,8 \text{ m}, b = 1,4 \text{ m}.$$

Rješenje:

Kruta greda ABC oslobođena veza prikazana je na slici b).

Statička neodređenost konstrukcije jest: $n = k - s = 4 - 3 = 1$.

Duljine štapova ① i ② konstrukcije, slika a), su:

$$l_1 = \frac{h}{\sin \beta} = \frac{120}{0,866} = 138,56 \text{ cm},$$

$$l_2 = h = 120 \text{ cm}.$$

Jednadžbe ravnoteže za oslobođenu krutu gredu ABC, slika b) su:

$$1. \sum F_x = -N_1 \cdot \cos \beta + F_{Cx} = 0,$$

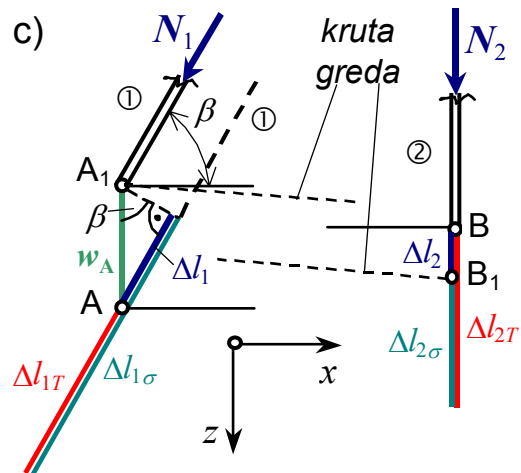
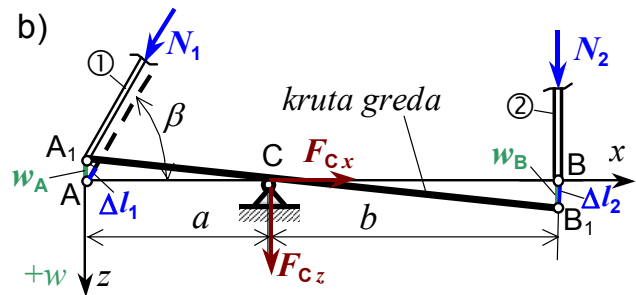
$$2. \sum F_z = N_2 + N_1 \cdot \sin \beta + F_{Cz} = 0,$$

$$3. \sum M_C = -N_2 \cdot b + N_1 \cdot \sin \beta \cdot a = 0.$$

4. Uvjet deformacija iz plana pomaka krute grede ABC konstrukcije jest, slika b):

$$\frac{|w_A|}{a} = \frac{|w_B|}{b}, \text{ gdje su:}$$

$$|w_A| = \frac{|\Delta l_1|}{\sin \beta}, \quad |w_B| = |\Delta l_2|,$$



Apsolutne deformacije štapova ① i ② u planu pomaka krute grede ABC konstrukcije, slika c), su:

$$|\Delta l_1| = |\Delta l_{1\sigma}| - \Delta l_{1T}, \quad |\Delta l_2| = \Delta l_{2T} - |\Delta l_{2\sigma}|, \text{ gdje su:}$$

a) deformacije štapova uslijed promjene temperature:

$$\Delta l_{1T} = \alpha_{1T} \cdot l_1 \cdot \Delta T, \quad \Delta l_{2T} = \alpha_{2T} \cdot l_2 \cdot \Delta T,$$

b) deformacije štapova ① i ② uslijed uzdužnih sila:

$$\Delta l_{1\sigma} = \frac{N_1 l_1}{E_1 A_1}, \quad \Delta l_{2\sigma} = \frac{N_2 l_2}{E_2 A_2}.$$

Rješavanjem sustava 3. i 4. jednadžbe te uvrštenjem zadanih vrijednosti zadatka, iznosi uzdužnih sila u štapovima ① i ② su:

$$N_2 = 0,494872 N_1 \Rightarrow N_1 = -84,259 \text{ kN}, \quad N_2 = -41,698 \text{ kN}.$$

Prema 1. i 2. jednadžbi iznosi komponenti reakcije veze u C su:

$$F_{Cx} = 42,13 \text{ kN}, \quad F_{Cz} = -114,668 \text{ kN}.$$

Naprezanja u poprečnim presjecima štapova ① i ② su:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{-84,259}{8} \cdot 10 = -105,324 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}},$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{-41,698}{4} \cdot 10 = -104,244 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}}.$$

Prema tome je čvrstoća svih štapova konstrukcije zadovoljavajuća.

Promjene duljine štapova ① i ② su:

a) uslijed uzdužnih sila:

$$\Delta l_{1\sigma} = \frac{N_1 \cdot l_1}{EA_1} = \frac{-84,259 \cdot 138,56}{2,1 \cdot 10^4 \cdot 8} \cdot 10 = -0,695 \text{ mm},$$

$$\Delta l_{2\sigma} = \frac{N_2 \cdot l_2}{EA_2} = \frac{-41,698 \cdot 120}{2,1 \cdot 10^4 \cdot 4} \cdot 10 = -0,596 \text{ mm},$$

b) uslijed promjene temperature:

$$\Delta l_{1T} = \alpha_T \cdot l_1 \cdot \Delta T = 12,5 \cdot 10^{-6} \cdot 1385,6 \cdot 40 = 0,693 \text{ mm},$$

$$\Delta l_{2T} = \alpha_T \cdot l_2 \cdot \Delta T = 12,5 \cdot 10^{-6} \cdot 1200 \cdot 40 = 0,600 \text{ mm},$$

c) ukupne su promjene duljine štapova ① i ② konstrukcije, slika c):

$$\Delta l_1 = \Delta l_{1T} + \Delta l_{1\sigma} = 0,693 - 0,695 = -0,002 \text{ mm},$$

$$\Delta l_2 = \Delta l_{2T} + \Delta l_{2\sigma} = 0,600 - 0,596 = 0,004 \text{ mm}.$$

Pomaci krajeva A i B kute grede ABC štapne konstrukcije u $(0xz)$ - koordinatnom sustavu, slike b) i c), su:

$$w_A = -\frac{|\Delta l_1|}{\sin \beta} = -\frac{0,002}{0,866} = -0,0023 \text{ mm},$$

$$w_B = \Delta l_2 = 0,004 \text{ mm}.$$