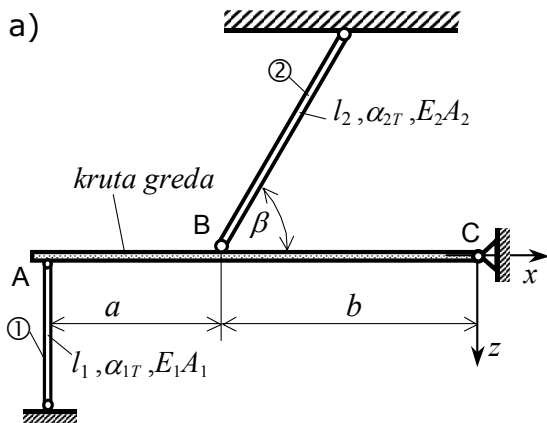


2. Primjer: Toplinska naprezanja u statički neodređenoj štapnoj konstrukciji

(Zadatak 5. primjer C) na str. 10 u "Vježbenica ispitnih zadataka" riješen je numerički primjenom na PC modula "Staptopl.exe" paketa programa "CVRSTOCA").

U štapnoj konstrukciji prema slici a) štap ① izrađen je od čelika, a štap ② od mjeđi, a zglobno su vezani za zid i za krutu gredu ABC zanemarive težine, bez početnih naprezanja. Treba odrediti normalna naprezanja u poprečnim presjecima štapova i pomake krute grede konstrukcije, ako se temperatura konstrukcije povisi za $\Delta T = 50\text{ }^\circ\text{C}$.



Zadano:

$l_1 = 80\text{ cm}$, $l_2 = 140\text{ cm}$, $a = 100\text{ cm}$, $b = 150\text{ cm}$,
 $\beta = 60^\circ$, $A_2 = 2A_1 = 6\text{ cm}^2$,
 za čelik: $E_1 = 200\text{ GPa}$, $\alpha_{1T} = 12,5 \times 10^{-6}\text{ K}^{-1}$,
 $\sigma_{1\text{dop}} = 150\text{ MPa}$,
 za mjeđ: $E_2 = 115\text{ GPa}$, $\alpha_{2T} = 16,5 \times 10^{-6}\text{ K}^{-1}$,
 $\sigma_{2\text{dop}} = 100\text{ MPa}$.

Rješenje:

Kruta greda ABC oslobođena veza prikazana je na slici b).

Statički neodređenost konstrukcije jest:

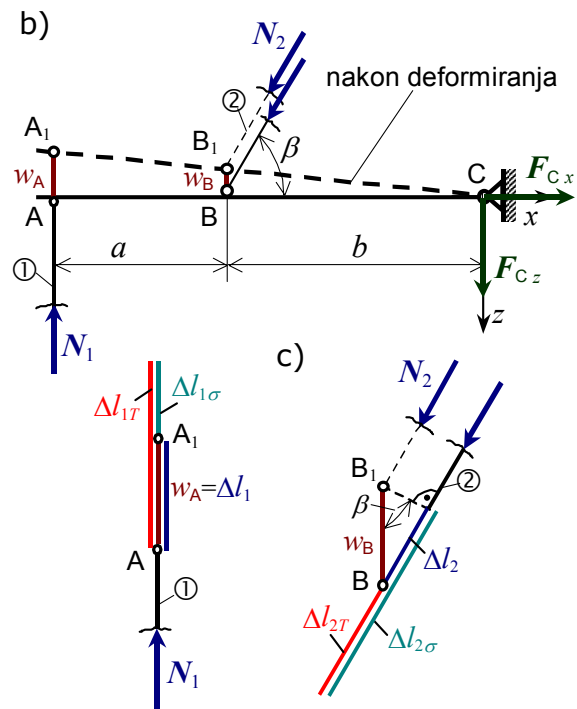
$$n = k - s = 4 - 3 = 1.$$

Jednadžbe ravnoteže krute grede ABC su:

- $\sum F_x = -N_2 \cdot \cos \beta + F_{Cx} = 0$,
- $\sum F_z = -N_1 + N_2 \cdot \sin \beta + F_{Cz} = 0$,
- $\sum M_C = -N_1 \cdot (a + b) + N_2 \cdot \sin \beta \cdot b = 0$.

4. Uvjet deformacija iz plana pomaka krute grede konstrukcije jest, slika b):

$$\frac{|w_A|}{a+b} = \frac{|w_B|}{b},$$



gdje su apsolutni pomaci točaka A i B krute grede nakon deformiranja:

$$|w_A| = |\Delta l_1|, \quad |w_B| = \frac{|\Delta l_2|}{\sin \beta},$$

Apsolutne ukupne deformacije štapova ① i ② su, slika c):

$$|\Delta l_1| = \Delta l_{1T} - |\Delta l_{1\sigma}|, \quad |\Delta l_2| = |\Delta l_{2\sigma}| - \Delta l_{2T},$$

a) deformacije štapova ① i ② uslijed promjene temperature su:

$$\Delta l_{1T} = \alpha_{1T} \cdot l_1 \cdot \Delta T, \quad \Delta l_{2T} = \alpha_{2T} \cdot l_2 \cdot \Delta T,$$

b) deformacije štapova ① i ② uslijed uzdužnih sila su:

$$\Delta l_{1\sigma} = \frac{N_1 l_1}{E_1 A_1}, \quad \Delta l_{2\sigma} = \frac{N_2 l_2}{E_2 A_2}.$$

Rješavanjem sustava 3. i 4. jednadžbe uz uvrštenje zadanih vrijednosti zadatka, iznosi uzdužnih sila u štapovima ① i ② su:

$$N_2 = 1,9245 N_1; \Rightarrow N_1 = -30,773 \text{ kN}, \quad N_2 = -59,222 \text{ kN}.$$

Komponente reakcije veza u osloncu C krute grede iz 1. i 2. jednadžbe su, slika b):

$$F_{Cx} = 29,611 \text{ kN}, \quad F_{Cz} = -20,515 \text{ kN}.$$

Naprezanja u poprečnim presjecima štapova ① i ② su:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{-30,773}{3} \cdot 10 = -102,58 \text{ MPa} < \sigma_{1\text{dop}},$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{-59,222}{6} \cdot 10 = -98,7 \text{ MPa} < \sigma_{2\text{dop}}.$$

Prema tome je čvrstoća svih štapova konstrukcije zadovoljavajuća.

Promjene duljine štapova ① i ② su:

a) uslijed uzdužnih sila:

$$\Delta l_{1\sigma} = \frac{N_1 \cdot l_1}{E_1 A_1} = \frac{-30,773 \cdot 80}{2 \cdot 10^4 \cdot 3} \cdot 10 = -0,41 \text{ mm},$$

$$\Delta l_{2\sigma} = \frac{N_2 \cdot l_2}{E_2 A_2} = \frac{-59,222 \cdot 140}{1,15 \cdot 10^4 \cdot 6} \cdot 10 = -1,202 \text{ mm},$$

b) uslijed promjene temperature:

$$\Delta l_{1T} = \alpha_{1T} \cdot l_1 \cdot \Delta T = 12,5 \cdot 10^{-6} \cdot 800 \cdot 50 = 0,5 \text{ mm},$$

$$\Delta l_{2T} = \alpha_{2T} \cdot l_2 \cdot \Delta T = 16,5 \cdot 10^{-6} \cdot 1400 \cdot 50 = 1,155 \text{ mm},$$

c) ukupne su promjene duljine štapova ① i ② konstrukcije:

$$\Delta l_1 = \Delta l_{1T} + \Delta l_{1\sigma} = 0,5 - 0,41 = 0,09 \text{ mm},$$

$$\Delta l_2 = \Delta l_{2T} + \Delta l_{2\sigma} = 1,155 - 1,202 = -0,047 \text{ mm}.$$

Pomaci točaka A i B krute grede konstrukcije su u (0xz) - koordinatnom sustavu, slike b) i c), su:

$$w_A = -|\Delta l_1| = -0,09 \text{ mm},$$

$$w_B = -\frac{|\Delta l_2|}{\sin \beta} = -\frac{0,047}{0,866} = -0,054 \text{ mm}.$$