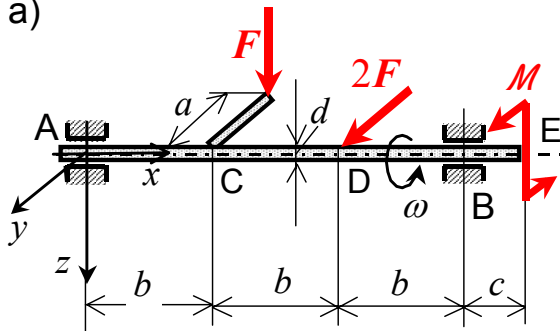


#### 4. Primjer: Proračun čvrstoće vratila

Vratilo ABCDE zadano je i opterećeno prema slici a).

a)



Treba provjeriti čvrstoću vratila ABCDE prema energijskoj teoriji čvrstoće HMM, ako ono prenosi snagu  $P = 45 \text{ kW}$  kod brzine vrtnje  $n = 12 \text{ s}^{-1}$ .

**Zadano:**  $d = 60 \text{ mm}$ ,  $a = 35 \text{ cm}$ ,  $b = 60 \text{ cm}$ ,  
 $c = 30 \text{ cm}$ ,  $\sigma_{\text{dop}} = 100 \text{ MPa}$ .

**Rješenje:**

##### a) Zakretni moment na vratilu

Kutna brzina rotacije vratila jest:

$$\omega = 2\pi \cdot n = 2\pi \cdot 12 = 75,4 \text{ rad/s},$$

a zakretni moment u presjeku E vratila jest:

$$M = \frac{P}{\omega} = \frac{45}{75,4} \cdot 10^3 = 596,83 \text{ N}\cdot\text{m}.$$

##### b) Iznos sile $F$ na vratilu

Jednadžba ravnoteže vratila jest:

$$\sum M_x = M - F \cdot a = 0,$$

a iznos sile  $F$  na vratilu jest:  $F = \frac{M}{a} = \frac{596,83}{0,35} = 1705,23 \text{ N}$ .

##### c) Reakcije u osloncima A i B vratila, slika

b), slijede iz sljedećih jednadžbi ravnoteže:

1.  $\sum F_z = F - F_{Az} - F_{Bz} = 0,$
2.  $\sum M_y = -F \cdot b + F_{Bz} \cdot 3b = 0,$
3.  $\sum F_y = 2F - F_{Ay} - F_{By} = 0,$
4.  $\sum M_z = 2F \cdot 2b - F_{By} \cdot 3b = 0.$

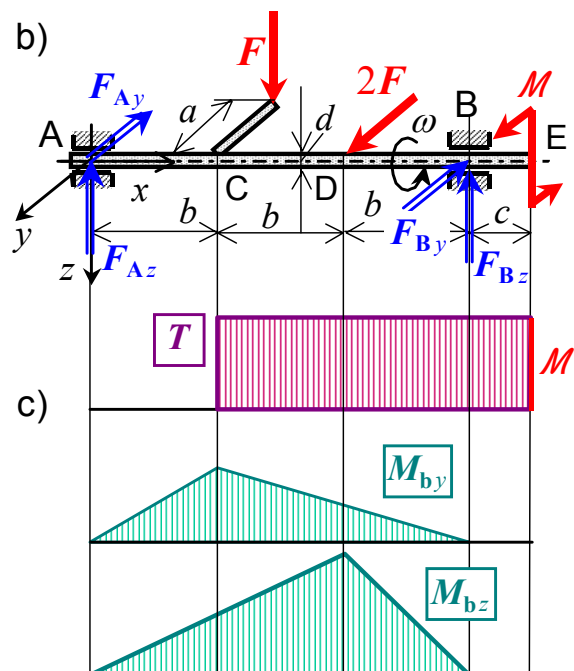
Uvrštenjem vrijednosti sile  $F$  slijede iznosi komponenti reakcija u osloncima vratila:

$$F_{Bz} = \frac{1}{3}F = \frac{1705,23}{3} = 568,41 \text{ N},$$

$$F_{Az} = \frac{2}{3}F = \frac{2 \cdot 1705,23}{3} = 1136,82 \text{ N},$$

$$F_{By} = \frac{4}{3}F = \frac{4 \cdot 1705,23}{3} = 2273,64 \text{ N},$$

$$F_{Ay} = \frac{2}{3}F = \frac{2 \cdot 1705,23}{3} = 1136,82 \text{ N}.$$



Iznosi rezultirajućih reakcija u osloncima vratila A i B su:

$$F_A = \sqrt{F_{Ay}^2 + F_{Az}^2} = 1136,82\sqrt{2} = 1607,7 \text{ N},$$

$$F_B = \sqrt{F_{By}^2 + F_{Bz}^2} = \sqrt{2273,64^2 + 568,41^2} = 2343,62 \text{ N}.$$

**d) Momenti savijanja u kritičnim presjecima vratila su:**

$$M_{bC} = F_A \cdot b = 1607,7 \cdot 0,6 = 964,62 \text{ N}\cdot\text{m},$$

$$M_{bD} = F_B \cdot b = 2343,62 \cdot 0,6 = 1406,17 \text{ N}\cdot\text{m}.$$

Dijagrami momenata uvijanja i savijanja duž vratila prikazani su na slici c).

Kritični presjek vratila je u presjeku D!

**e) Ekvivalentni moment savijanja** prema energijskoj teoriji čvrstoće HMH u presjeku D vratila jest:

$$M_{\text{ekvD}} = \sqrt{M_{bD}^2 + 0,75 \cdot T_D^2} = \sqrt{1406,17^2 + 0,75 \cdot 596,83^2} = 1498,16 \text{ N}\cdot\text{m},$$

**f) Provjera čvrstoće** vratila:

Aksijalni modul (moment otpora) površine poprečnog presjeka vratila jest:

$$W_y = \frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 6^3}{32} = 17,42 \text{ cm}^3.$$

Ekvivalentno naprezanje prema energijskoj teoriji čvrstoće HMH u presjeku D vratila jest:

$$\sigma_{\text{ekvD}} = \frac{M_{\text{ekvD}}}{W_y} = \frac{1498,16}{17,42} = 86 \text{ MPa}.$$

Čvrstoća štapa zadovoljava, jer je:  $\sigma_{\text{ekvD}} < \sigma_{\text{dop}}$ .