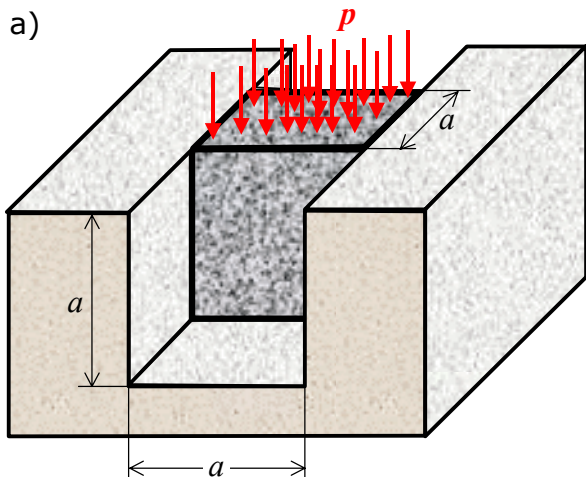


#### 4. Primjer: Hookeov zakon za troosno stanje napreznja tijela



Čelična kocka stranica  $a$  nalazi se u žlijebu apsolutno krutih stijenki, a opterećena je na gornjoj površini jednolikim opterećenjem  $p$ , slika a).

**Zadano:**

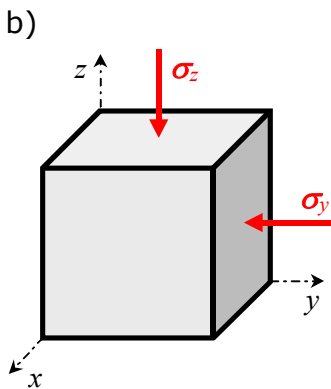
$$p = 80 \text{ MPa}, \quad a = 10 \text{ cm}, \quad E = 200 \text{ GPa}, \quad \nu = 0,3.$$

Treba odrediti:

- iznose glavnih napreznja elementa kocke
- iznose glavnih duljinskih deformacija, te obujamnu deformaciju elementa kocke
- deformacije stranica kocke i promjenu obujma kocke
- skicirati Mohrove kružnice napreznja i deformacije za element kocke.

Rješenje:

##### a) Glavna napreznja elementa kocke



Napreznje na gornjoj i donjoj površini kocke jednako je tlaku opterećenja koji se jednoliko prenosi na sve čestice kocke u kojoj je tada homogeno prostorno stanje napreznja, slika b):

$$\sigma_z = -p = -80 \text{ MPa}.$$

Napreznje na slobodnim stranicama kocke je:  $\sigma_x = 0$ .

Napreznje na bočnim stranicama može se odrediti iz uvjeta da su deformacije u smjeru osi  $y$  jednake nuli zbog krutih stijenki žlijeba:

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] = 0.$$

Slijedi normalno napreznje u smjeru osi  $y$ :

$$\sigma_y = \nu \cdot \sigma_z = 0,3 \cdot (-80) = -24 \text{ MPa}.$$

Na stranice elementa kocke u smjerovima  $(x, y, z)$  - osi pravokutnog koordinatnog sustava ne djeluju posmična napreznja, te su ove osi ujedno i glavne osi napreznja i deformacija te su **glavna napreznja**:

$$\sigma_1 = \sigma_x = 0, \quad \sigma_2 = \sigma_y = -24 \text{ MPa}, \quad \sigma_3 = \sigma_z = -80 \text{ MPa}.$$

Mohrova kružnica napreznja za element kocke pokazana je na slici c).

##### b) Glavne deformacije elementa kocke

Duljinske deformacije elementa kocke u pravcima  $(x, y, z)$  - koordinatnih osi su:

$$\varepsilon_y = 0,$$

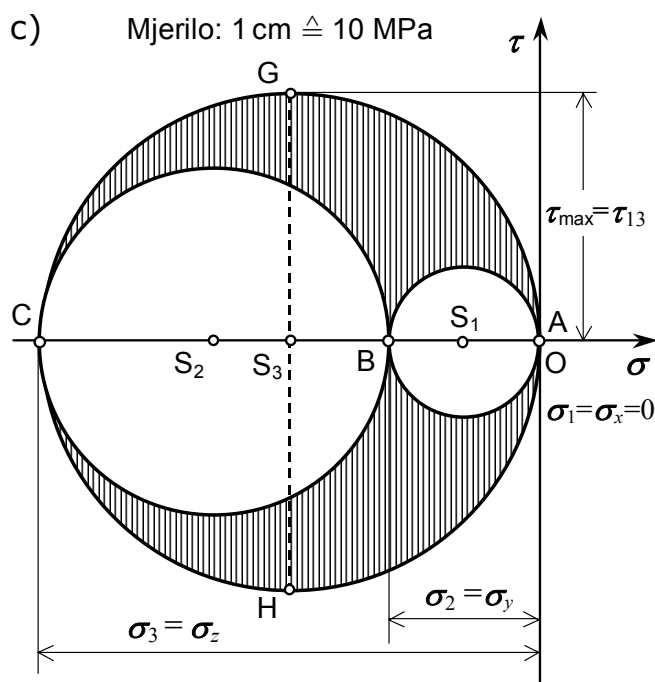
$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] = -\frac{\nu}{E} (\sigma_y + \sigma_z) \Rightarrow \varepsilon_x = -\frac{0,3}{2 \cdot 10^5} (-24 - 80) = 156 \times 10^{-6},$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] = \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu \cdot \sigma_y) \Rightarrow \varepsilon_z = \frac{1}{2 \cdot 10^5} [-80 - 0,3 \cdot (-24)] = -364 \times 10^{-6}.$$

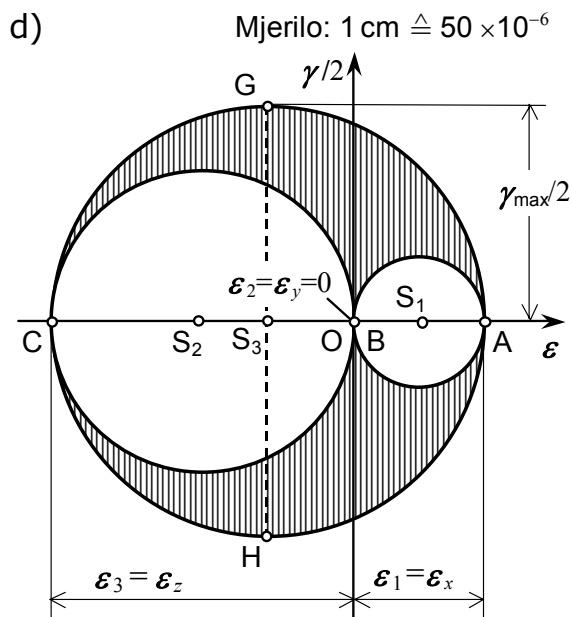
Glavne deformacije elementa kocke su u tom primjeru:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x = 156 \times 10^{-6}, \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_y = 0, \quad \varepsilon_3 = \varepsilon_z = -364 \times 10^{-6}.$$

Mohrova kružnica deformacija za element kocke pokazana je na slici d).



Mohrova kružnica napreznja elementa kocke.



Mohrova kružnica deformacija elementa kocke.

Obujamna (volumenska) deformacija elementa kocke jest:

$$\vartheta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = (156 + 0 - 364) \cdot 10^{-6} = -208 \times 10^{-6}.$$

c) Deformacije stranica kocke i promjena obujma

Deformacije stranica kocke su:

$$\Delta a_x = \varepsilon_x \cdot a = 156 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 0,0156 \text{ mm},$$

$$\Delta a_y = \varepsilon_y \cdot a = 0,$$

$$\Delta a_z = \varepsilon_z \cdot a = -364 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = -0,0364 \text{ mm}.$$

Obujam (volumen) kocke jest:

$$V = a^3 = 10^3 = 1000 \text{ cm}^3,$$

Promjena obujma kocke jest:

$$\Delta V = \vartheta \cdot V = -208 \cdot 10^{-6} \cdot 1000 = -0,208 \text{ cm}^3.$$