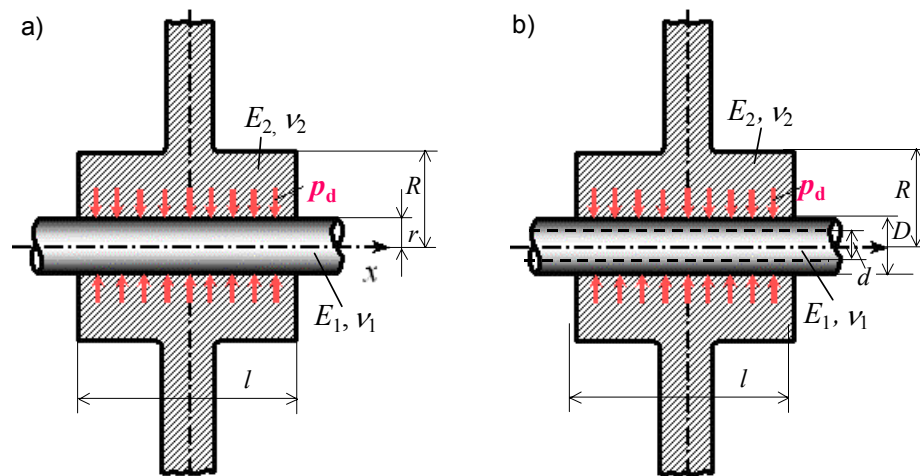


STEZNI SPOJ

Izrazi za naprezanja i pomake kod sastavljenih cijevi, mogu se rabiti kod proračuna steznog spoja, gdje elementi spoja mogu biti od istog ili od različitih materijala.

1. SPOJ OSOVINE I GLAVČINE

U primjeru steznog spoja osovine (rukavca vratila) i glavčine nekog konstrukcijskog elementa prijenosa snage i gibanja (npr. remenice, zupčanika, zamašnjaka i dr.), slike 15 i 16, u pravilu su dijelovi od različitih materijala. Stezni spoj izvodi se obično u toleranciji za prisne dosjede (čvrsti, zažeti i prezažeti), npr. H7/r6, H7/s6, H8/u8, H7/z8, H7/x9 i dr., tako da se zbog preklopa kod sastavljanja stvara čvrsti dosjed na mjestu spoja. Pretpostavlja se, da je na dodirnoj površini steznog spoja približno jednolika raspodjela dodirnog tlaka (pritiska).



Slika 15. Stezni spoj glavčina-osovina (vratilo); puna osovina (slika a), šuplja osovina (slika b)

Prema ISO-sustavu tolerancija za prisne dosjede (čvrsti, zažeti i prezažeti) rabe se:

- a) dosjedni sustav rukavca (sustav jedinstvenog rukavca - SJR): p, r, s; t, u, v; x, y, z, za, zb, zc
- b) dosjedni sustav provrta (sustav jedinstvenog provrta - SJP): P, R, S; T, U, V; X, Y, Z, ZA, ZB, ZC.

Za glavine zupčanika, kola i zamašnjaka – prezažeti i čvrsti dosjedi za velike prisnosti, rastavljiv tlakom ili grijanjem: npr. H7/z8, H7/x9, H7/u7 (SJP) odnosno Z8/h6, X8/h6, U6/h6 (SJR). Za glavine spojki, blazinice ležaja u kućištu i sl. – zažeti dosjed za srednje prisnosti, rastavljiv grijanjem ili tlakom: npr. H7/s6, H7/r6 (SJP) odnosno S7/h6, R7/h6 (SJR) itd. Više o tolerancijama kod steznog spoja vidi u normama, npr. DIN 7157.

Kod proračuna treba utvrditi pri kojoj se najmanjoj prisnosti sigurno prenosi zakretni moment te koja je najveća prisnost dopuštena a da se ne prekorače dopuštena naprezanja materijala elemenata spoja. Na stezni spoj utječu debljina stijenki, duljina glavine, izvedba rukavca vratila (puni ili šuplji), stanje obrađenih površina u spoju, pogonska temperatura i vrsta maziva pri utiskivanju.

Primjeri tolerancija nekih dosjeda u sustavu provrta (SJP), za nazivne mjere dosjeda (N) u mm, preklop (–) u μm , prema Springer Handbook of Mechanical Engineering:

Diameter d (mm)	Interference values $\frac{N_{min}}{N_{max}}$ (μm) for the fits										
	$\frac{H7}{p6}$	$\frac{H7}{r6}$	$\frac{H8}{s7}$	$\frac{H7}{s6}$	$\frac{H7}{s7}$	$\frac{H7}{16}$	$\frac{H8}{u8}$	$\frac{H7}{u7}$	$\frac{H8}{x8}$	$\frac{H8}{z8}$	$\frac{H8}{za8}$
Over 30 up to 40	$\frac{7}{36}$	$\frac{15}{44}$	$\frac{13}{59}$	$\frac{24}{53}$	$\frac{25}{61}$	$\frac{29}{58}$	$\frac{32}{88}$	$\frac{42}{78}$	$\frac{52}{108}$	$\frac{84}{140}$	$\frac{120}{175}$
Over 40 up to 50	$\frac{7}{36}$	$\frac{15}{44}$	$\frac{13}{59}$	$\frac{24}{53}$	$\frac{25}{61}$	$\frac{35}{64}$	$\frac{42}{98}$	$\frac{52}{88}$	$\frac{69}{125}$	$\frac{108}{164}$	$\frac{152}{207}$
Over 50 up to 65	$\frac{9}{44}$	$\frac{18}{53}$	$\frac{18}{72}$	$\frac{30}{65}$	$\frac{32}{74}$	$\frac{43}{78}$	$\frac{55}{119}$	$\frac{66}{108}$	$\frac{90}{154}$	$\frac{140}{204}$	$\frac{193}{258}$
Over 65 up to 80	$\frac{9}{44}$	$\frac{20}{55}$	$\frac{24}{78}$	$\frac{36}{71}$	$\frac{38}{80}$	$\frac{52}{87}$	$\frac{70}{134}$	$\frac{81}{123}$	$\frac{114}{178}$	$\frac{178}{242}$	$\frac{241}{306}$
Over 80 up to 100	$\frac{10}{51}$	$\frac{24}{65}$	$\frac{29}{93}$	$\frac{44}{85}$	$\frac{46}{96}$	$\frac{64}{105}$	$\frac{86}{162}$	$\frac{99}{149}$	$\frac{140}{216}$	$\frac{220}{296}$	$\frac{297}{373}$
Over 100 up to 120	$\frac{10}{51}$	$\frac{27}{68}$	$\frac{37}{101}$	$\frac{52}{93}$	$\frac{54}{104}$	$\frac{77}{118}$	$\frac{106}{182}$	$\frac{119}{169}$	$\frac{172}{248}$	$\frac{272}{348}$	$\frac{362}{438}$
Over 120 up to 140	$\frac{12}{59}$	$\frac{32}{79}$	$\frac{43}{117}$	$\frac{61}{108}$	$\frac{64}{120}$	$\frac{91}{138}$	$\frac{126}{214}$	$\frac{142}{193}$	$\frac{204}{292}$	$\frac{320}{410}$	$\frac{425}{514}$
Over 140 up to 160	$\frac{12}{59}$	$\frac{34}{81}$	$\frac{51}{125}$	$\frac{69}{116}$	$\frac{72}{128}$	$\frac{103}{150}$	$\frac{155}{243}$	$\frac{171}{227}$	$\frac{236}{324}$	$\frac{370}{460}$	$\frac{490}{579}$
Over 160 up to 180	$\frac{12}{59}$	$\frac{37}{84}$	$\frac{59}{133}$	$\frac{77}{124}$	$\frac{80}{136}$	$\frac{115}{162}$	$\frac{166}{254}$	$\frac{182}{238}$	$\frac{266}{354}$	$\frac{420}{510}$	$\frac{555}{644}$
Over 180 up to 200	$\frac{14}{69}$	$\frac{41}{95}$	$\frac{66}{152}$	$\frac{86}{140}$	$\frac{89}{155}$	$\frac{130}{184}$	$\frac{185}{287}$	$\frac{203}{269}$	$\frac{299}{401}$	$\frac{469}{571}$	$\frac{619}{721}$
Over 200 up to 225	$\frac{14}{69}$	$\frac{44}{98}$	$\frac{74}{160}$	$\frac{94}{148}$	$\frac{97}{163}$	$\frac{144}{198}$	$\frac{207}{309}$	$\frac{225}{291}$	$\frac{334}{436}$	$\frac{524}{626}$	$\frac{689}{791}$
Over 225 up to 250	$\frac{14}{69}$	$\frac{47}{101}$	$\frac{84}{170}$	$\frac{104}{158}$	$\frac{107}{173}$	$\frac{160}{214}$	$\frac{233}{335}$	$\frac{251}{317}$	$\frac{374}{476}$	$\frac{589}{691}$	$\frac{769}{871}$
Over 250 up to 280	$\frac{15}{77}$	$\frac{53}{115}$	$\frac{95}{191}$	$\frac{117}{179}$	$\frac{121}{195}$	$\frac{177}{239}$	$\frac{258}{372}$	$\frac{278}{352}$	$\frac{418}{532}$	$\frac{653}{767}$	$\frac{863}{977}$
Over 280 up to 315	$\frac{15}{77}$	$\frac{57}{119}$	$\frac{107}{203}$	$\frac{129}{191}$	$\frac{133}{207}$	$\frac{199}{261}$	$\frac{293}{407}$	$\frac{313}{387}$	$\frac{468}{582}$	$\frac{733}{847}$	$\frac{943}{1057}$

Za izračunavanje dodirnog tlaka p_d na mjestu steznog spoja prema izrazima za sastavljene cijevi, rabi se [izraz \(73\)](#) ili [izrazi \(74\) i \(75\)](#).

a) puna osovina (ili rukavac vratila), slike 15.a) i 16.a1), uz $p_1 = 0$:

- osovina, rukavac (I): $r_1 = 0$, $r_2 = r = d/2$; preklop δ ; značajke materijala: E_1 i ν_1
- glavčina (II): $r_2 = r$, $r_3 = R$; značajke materijala: E_2 i ν_2

Koeficijenti C_1 i C_2 za dodirni tlak p_d na mjestu steznog spoja prema (75) su:

$$C_1 = \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - \nu_1 = 1 - \nu_1, \quad C_2 = \frac{r_3^2 + r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} + \nu_2 = \frac{R^2 + r^2}{R^2 - r^2} + \nu_2, \quad (80)$$

te prema (74) slijedi izraz za dodirni tlak p_d na mjestu steznog spoja :

$$p_d = \frac{\delta}{r_2} \cdot \frac{1}{\frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2}} = \frac{\delta}{r} \cdot \frac{1}{\frac{1 - \nu_1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \cdot \left(\frac{R^2 + r^2}{R^2 - r^2} + \nu_2 \right)}. \quad (81)$$

Na površini osovine (rukavca vratila) na duljini steznog spoja vrijednosti komponenta naprezanja i ekvivalentnog naprezanja jesu:

$$(\sigma_r)_r = (\sigma_\varphi)_r = -p_d \Rightarrow \sigma_{ekv} = p_d \leq \sigma_{dop}. \quad (82)$$

Najveće su vrijednosti komponenti naprezanja glavčine na površini steznog spoja:

$$(\sigma_r)_r = -p_d, \quad (\sigma_\varphi)_r = p_d \cdot \frac{R^2 + r^2}{R^2 - r^2}. \quad (83)$$

Provjera sigurnosti na čvrstoću glavčine može se provesti prema teorijama čvrstoće:

$$\tau_{\max}: \quad (\sigma_{\text{ekv}})_r = (\sigma_\varphi)_r - (\sigma_r)_r = p_d \cdot \frac{R^2 + r^2}{R^2 - r^2} - (-p_d) = p_d \cdot \frac{2R^2}{R^2 - r^2} \leq \sigma_{\text{dop}}, \quad (84)$$

$$\text{HMH: } (\sigma_{\text{ekv}})_r = \sqrt{(\sigma_\varphi)_r^2 + (\sigma_r)_r^2 - (\sigma_\varphi)_r \cdot (\sigma_r)_r} = p_d \cdot \frac{\sqrt{3R^4 + r^4}}{R^2 - r^2} \leq \sigma_{\text{dop}}. \quad (85)$$

Faktor sigurnosti na čvrstoću je za krhke materijale (npr. lijevano željezo):

$$S_m = 2 \div 3, \quad \sigma_{\text{dop}} = R_m / S_m.$$

a za elasto-plastične materijale (konstrukcijski čelik, mjed, legure aluminija):

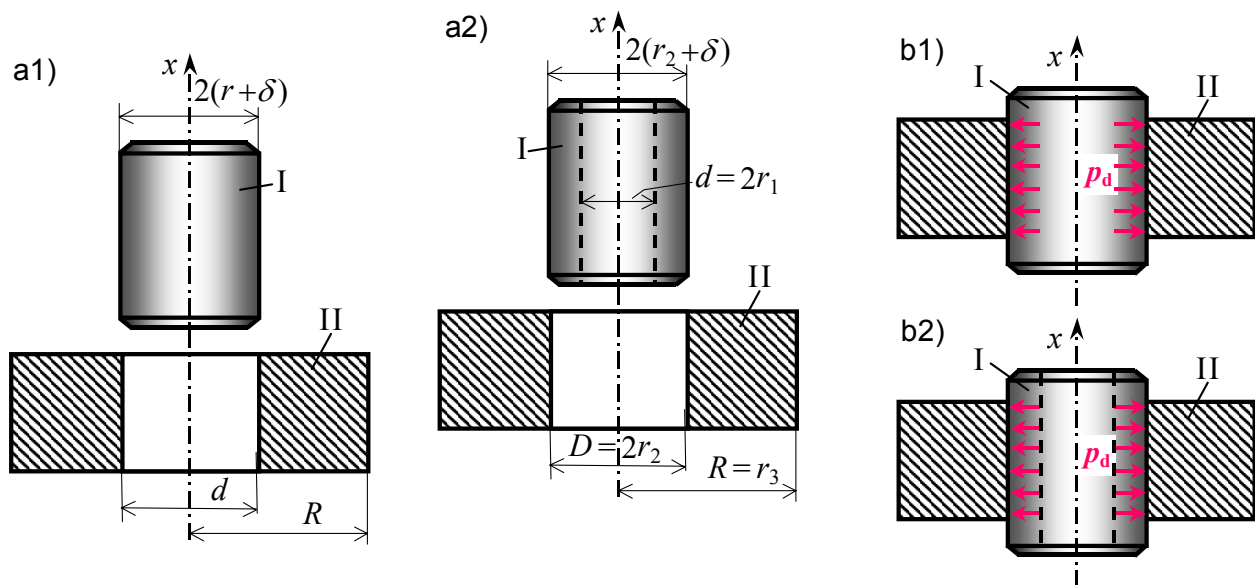
$$S_T = 1,5 \div 2, \quad \sigma_{\text{dop}} = R_e / S_T \quad \text{ili} \quad \sigma_{\text{dop}} = R_{p0,2} / S_T.$$

Ako je osovina (rukavac vratila) mnogo manjih dimenzija od glavčine, tada se glavčina može smatrati pločom, slika 16.a1), te vrijedi za $R \gg r = d/2$ prema izrazu (81) za dodirni tlak p_d na mjestu steznog spoja izraz:

$$p_d \cong \frac{\delta}{r} \cdot \frac{1}{\frac{1-\nu_1}{E_1} + \frac{1+\nu_2}{E_2}} = \frac{2\delta}{d} \cdot \frac{1}{\frac{1-\nu_1}{E_1} + \frac{1+\nu_2}{E_2}}. \quad (86)$$

Ako je cilindar ili ploča (II) mnogo kruća od osovine (vratila), tj. vrijedi $E_2 \rightarrow \infty$, izraz (86) za dodirni tlak p_d na mjestu steznog spoja ima oblik:

$$p_d \cong \frac{\delta}{r} \cdot \frac{E_1}{1-\nu_1} = \frac{2\delta}{d} \cdot \frac{E_1}{1-\nu_1}. \quad (87)$$



Slika 16. Stezni spoj: I - osovina (vratilo) i II - glavčina (cilindar ili ploča)

U slučajevima kad su puna osovina (rukavac vratila) i glavčina (cilindar, ploča) izrađeni od istog materijala, tj. $E_1=E_2=E$, $\nu_1=\nu_2=\nu$, uz jednake dimenzije sastavnih dijelova, izrazi (80), (81) i (86) imaju oblik:

- koeficijenti C_1 i C_2 za dodirni tlak p_d na mjestu steznog spoja prema (80) su:

$$C_1 = 1 - \nu, \quad C_2 = \frac{R^2 + r^2}{R^2 - r^2} + \nu, \quad (88)$$

te prema (81) slijedi izraz za dodirni tlak p_d na mjestu steznog spoja :

$$p_d = \frac{\delta}{r_2} \cdot \frac{E}{C_1 + C_2} = \frac{\delta \cdot E}{2r} \cdot \frac{R^2 - r^2}{R^2}. \quad (89)$$

Ako je puna osovina (vratilo) mnogo manjih dimenzija od glavčine, tada se glavčina može smatrati pločom, slika 16.a1), te vrijedi za $R \gg r = d/2$ prema izrazu (89) za dodirni tlak p_d na mjestu steznog spoja izraz:

$$p_d \cong \frac{\delta \cdot E}{2r} = \frac{\delta \cdot E}{d}. \quad (90)$$

b) šuplja osovina (ili vratilo), slike 15.b) i 16.a2), uz $p_1 = 0$:

- osovina (I): $r_1 = d/2$, $r_2 = D/2$; preklop δ ; značajke materijala: E_1 i ν_1

- glavčina (II): $r_2 = D/2$, $r_3 = R$; značajke materijala: E_2 i ν_2

Koeficijenti C_1 i C_2 za dodirni tlak p_d na mjestu steznog spoja prema (75) su:

$$C_1 = \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - \nu_1 = \frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} - \nu_1, \quad C_2 = \frac{r_3^2 + r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} + \nu_2 = \frac{R^2 + (D/2)^2}{R^2 - (D/2)^2} + \nu_2, \quad (91)$$

te prema (74) slijedi izraz za dodirni tlak p_d na mjestu steznog spoja :

$$p_d = \frac{\delta}{r_2} \cdot \frac{1}{\frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2}} = \frac{2\delta}{D} \cdot \frac{1}{\frac{1}{E_1} \cdot \left(\frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} - \nu_1 \right) + \frac{1}{E_2} \cdot \left(\frac{R^2 + (D/2)^2}{R^2 - (D/2)^2} + \nu_2 \right)}. \quad (92)$$

Na površini šuplje osovine (vratila) na duljini steznog spoja vrijednosti komponenta naprezanja jesu:

- radialne komponente naprezanja su ($r_1 = d/2$, $r_2 = D/2$):

$$(\sigma_r)_{r=r_1} = 0, \quad (\sigma_r)_{r=r_2} = -p_d, \quad (93a)$$

- cirkularne komponente naprezanja za osovinu (I) su:

$$(\sigma_\varphi)_{r=r_1} = -p_d \cdot \frac{2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} = -p_d \cdot \frac{2D^2}{D^2 - d^2}, \quad (\sigma_\varphi)_{r=r_2} = -p_d \cdot \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} = -p_d \cdot \frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2}. \quad (93b)$$

Za provjeru čvrstoće, najveće naprezanje je na unutarnjoj površini šuplje osovine ($r_1 = d/2$) te je ekvivalentno naprezanje:

$$\sigma_{\text{ekv}} = |(\sigma_\varphi)_{r=r_1}| = p_d \cdot \frac{2D^2}{D^2 - d^2} \leq \sigma_{\text{dop}}. \quad (94)$$

Najveće su vrijednosti komponenti naprezanja glavčine na površini steznog spoja:

$$(\sigma_r)_{r=r_2} = -p_d, \quad (\sigma_\varphi)_{r=r_2} = p_d \cdot \frac{r_3^2 + r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} = p_d \cdot \frac{R^2 + (D/2)^2}{R^2 - (D/2)^2} = p_d \cdot \frac{4R^2 + D^2}{4R^2 - D^2}. \quad (95)$$

Provjera sigurnosti na čvrstoću glavčine može se provesti prema teorijama čvrstoće, npr. τ_{\max} :

$$\sigma_{\text{ekv}} = (\sigma_{\varphi}^{\text{II}})_{r=r_2} - (\sigma_r)_{r=r_2} = p_d \cdot \frac{4R^2 + D^2}{4R^2 - D^2} - (-p_d) = p_d \cdot \frac{8R^2}{4R^2 - D^2} \leq \sigma_{\text{dop}}. \quad (96)$$

Ako je vanjski promjer šuplje osovine (vratila) mnogo manjih dimenzija od glavčine, tada se ona može smatrati pločom, slika 16.a2), te vrijedi za $R \gg D$ prema izrazu (92) za dodirni tlak p_d na mjestu steznog spoja izraz:

$$p_d = \frac{\delta}{r_2} \cdot \frac{1}{\frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2}} \cong \frac{2\delta}{D} \cdot \frac{1}{\frac{1}{E_1} \cdot \left(\frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} - \nu_1 \right) + \frac{1 + \nu_2}{E_2}}. \quad (97)$$

Ako je cilindar ili ploča (II) mnogo kruća od osovine (vratila), tj. vrijedi $E_2 \rightarrow \infty$, izraz (97) za dodirni tlak p_d na mjestu steznog spoja ima oblik:

$$p_d \cong \frac{2\delta}{D} \cdot \frac{E_1}{\frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} - \nu_1}. \quad (98)$$

U slučajevima kad su šuplja osovina (vratilo) i glavčina (cilindar, ploča) izrađeni od istog materijala, tj. $E_1 = E_2 = E$, $\nu_1 = \nu_2 = \nu$, uz jednake dimenzije sastavnih dijelova u steznom spoju, izrazi (91), (92) i (97) imaju oblik:

- koeficijenti C_1 i C_2 za dodirni tlak p_d na mjestu steznog spoja prema (91) su:

$$C_1 = \frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} - \nu, \quad C_2 = \frac{4R^2 + D^2}{4R^2 - D^2} + \nu, \quad (99)$$

te prema (92) slijedi izraz za dodirni tlak p_d na mjestu steznog spoja :

$$p_d = \frac{2\delta}{D} \cdot \frac{E}{C_1 + C_2} = \frac{2\delta}{D} \cdot \frac{E}{\frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} + \frac{4R^2 + D^2}{4R^2 - D^2}}. \quad (100)$$

Ako je vanjski promjer šuplje osovine (vratila) mnogo manjih dimenzija od glavčine, tada se ona može smatrati pločom, slika 16.a2), te vrijedi za $R \gg D$ prema izrazu (100) za dodirni tlak p_d na mjestu steznog spoja izraz:

$$p_d = \frac{2\delta}{D} \cdot \frac{E}{\frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} + 1}. \quad (101)$$

[Numerički primjeri](#) dani su u riješenim zadacima za stezne spojeve čiji su elementi od jednakih i različitih materijala.