

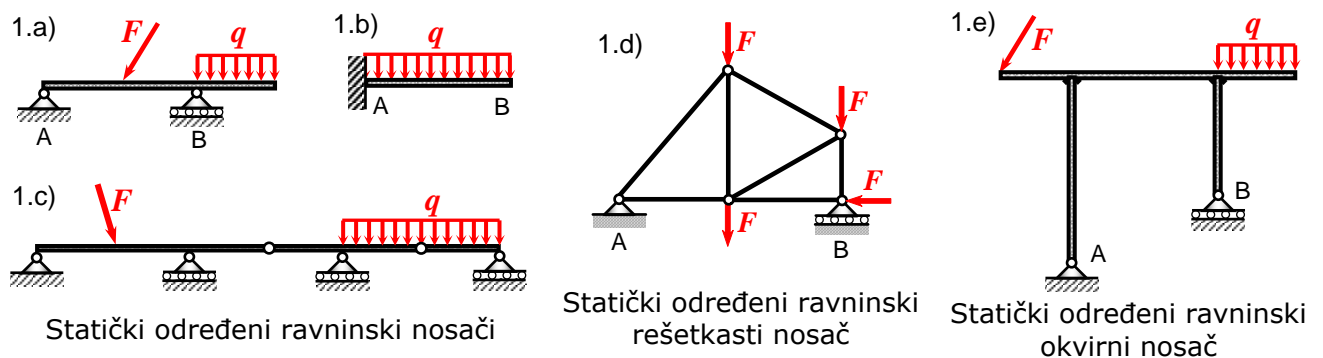
ENERGIJSKI TEOREMI /nastavak/

Poučak o minimumu energije deformiranja

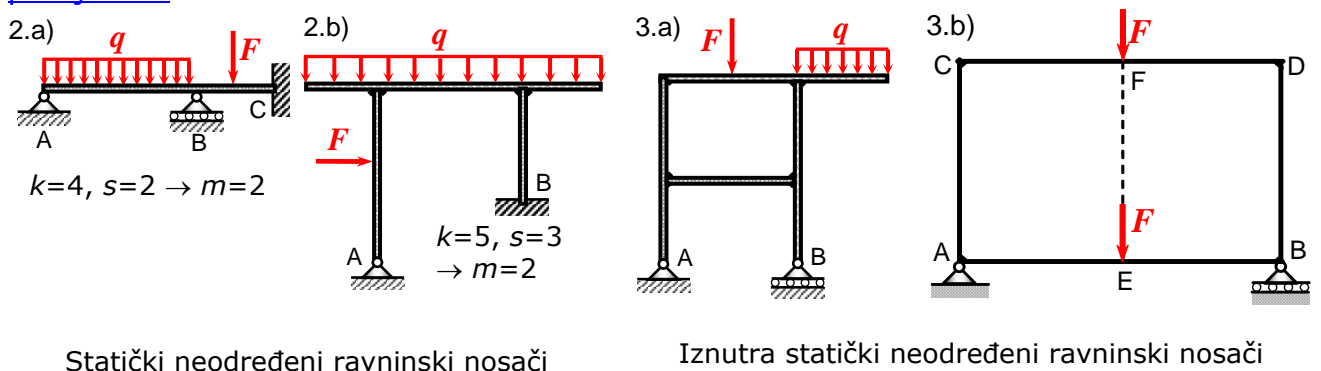
Stupanj statičke neodređenosti konstrukcije jednak je broju reakcija veza koje treba ukloniti da bi zadana konstrukcija postala statički određena i ostala geometrijski nepromjenjiva. Konstrukcija je geometrijski nepromjenjiva ako se njezin geometrijski oblik može promijeniti samo uz deformiranje njezinih elemenata. Osnovno je kod rješavanja zadataka **vanjski statički neodređenih štapnih konstrukcija**, prvo odabrati **zamjensku statički određenu konstrukciju**, npr. slika 6.b), uz zadržavanje geometrije i vanjskog opterećenja konstrukcije, više u [primjerima](#).

Statička neodređenost može se uvjetno razvrstati na **vanjsku** i **unutarnju**.

a) Kad je sustav **izvana statički određen**, reakcije veza određuju se pomoću *uvjeta ravnoteže*, slike 1.a) do 1.e), više u [primjerima](#).



Ako to nije slučaj, sustav je **izvana statički neodređen**, slike 2.a) i 2.b), više u [primjerima](#).



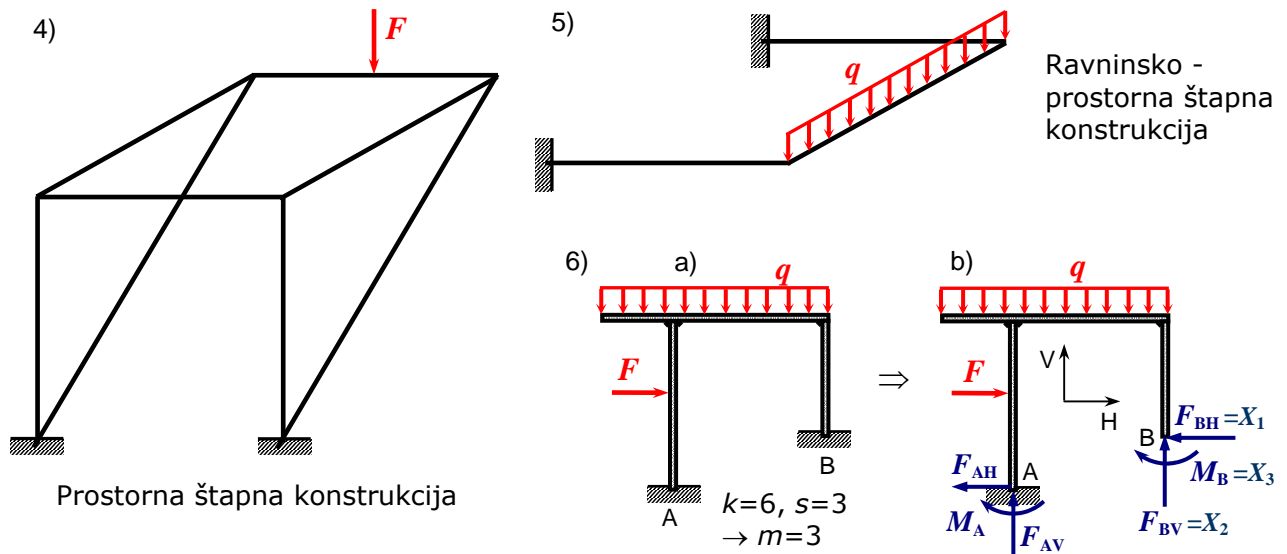
b) Sustav je **iznutra statički određen**, ako se uz poznate reakcije veza, mogu odrediti komponente unutarnjih sila u svim presjecima konstrukcije, slike 1.a) do 2.b).

U suprotnom konstrukcija je **iznutra statički neodređena**, npr. zatvoreni ravninski okvirni nosači, slike 3.a) i 3.b), više u [primjerima](#).

Stupanj statičke neodređenosti može se smanjiti **odnosno dodavanjem zglobova** konstrukciji, jer je uvijek u zglobu moment jednak nuli, npr. slika 1.c), više u [primjerima](#).

Štapne konstrukcije mogu biti **ravninske** (slike 1.a) do 3.b), **prostorne** (slika 4) ili **ravninsko-prostorne** (slika 5); **otvorene** (slike 1.e, 2.b i 5) ili **zatvorene konture** (slike 3.a, 3.b i 4). Kod zatvorenih konturnih konstrukcija, *poučak o minimumu deformiranja* rabi se za određivanje nepoznatih unutarnjih sila u štapovima, više u [primjerima](#).

Napomena: kod ravninskih simetričnih konstrukcija i simetričnog opterećenja, u presjeku simetrije javljaju se samo unutarnja sila i unutarnji moment savijanja, dok je poprečna sila jednaka nuli. Kod ravninsko-prostornih konstrukcija u presjeku se javlja i moment uvijanja, više u [primjerima](#).



U statički neodređenoj štapnoj konstrukciji, npr. slika 6), **energija deformiranja** je funkcija zadanog vanjskog opterećenja i k nepoznatih reakcija veza F_{Ax} , F_{Ay} , ..., X_1 , X_2 , ..., X_m , tj.:

$$U = U(F_1, F_2, \dots, F_i; F_{AH}, F_{AV}, \dots, X_1, X_2, \dots, X_m)$$

gdje je m - **stupanj statičke neodređenosti** konstrukcije: $n = (k - s) = m$, a s je **broj neovisnih uvjeta ravnoteže** za danu konstrukciju (slike 2.a) do 6.b), više u [primjerima](#)).

Od svih mogućih kombinacija nepoznatih reakcija veza koje sve zadovoljavaju uvjete ravnoteže, prava je ona za koju **energija deformiranja poprima minimalnu vrijednost** (tzv. **poučak o minimumu energije deformiranja**). Nužan uvjet za to jest da je parcijalna derivacija energije deformiranja U po svim prekobrojnim reakcijama veza X_1 , X_2 , ..., X_m jednaka nuli, tj.:

$$\frac{\partial U}{\partial X_1} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial X_2} = 0, \dots, \quad \frac{\partial U}{\partial X_m} = 0$$

Taj izraz daje m **dopunskih jednadžbi** s pomoću kojih se, uz s **jednadžbi neovisnih uvjeta ravnoteže**, mogu odrediti sve nepoznate reakcija veza ili komponente unutarnjih sila u presjecima konturnih nosača, statički neodređene štapne konstrukcije.

Energijski teoremi imaju najčešću primjenu kod statički određenih i neodređenih okvirnih štapnih konstrukcija, otvorenih ili zatvorenih kontura:

- za određivanje prekobrojnih reakcija veza kod statički neodređenih konstrukcija (poučak o minimumu energije deformiranja)
- za određivanje deformacija u određenim točkama konstrukcije (drugi Castiglianov poučak); nakon što su određene sve vanjske i unutarnje nepoznate sile
- za određivanje komponenti unutarnjih sila u presjecima konturnih nosača (poučak o minimumu energije deformiranja), više u [primjerima](#).